



Marco Wölfle

# Grundlagen der Wirtschaftsmathematik



**Steinbeis-Transfer-Institut**  
**Angewandte Statistik und**  
**Volkswirtschaftslehre**  
der Steinbeis-Hochschule Berlin SHB





**Prof. Dr. Marco Wölfle** ist wissenschaftlicher Leiter der Steinbeis-Transfer-Institute „Angewandte Statistik und Volkswirtschaftslehre“, „Center for Real Estate Studies“ sowie „VWA Business School“. Dort ist er Inhaber der Juniorprofessur für Finanz- und Immobilienwirtschaft. Er war zuvor Rektor der International University of Cooperative Education Freiburg.

Wölfle studierte und promovierte an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, die ihm für die Leistungen im Rahmen seiner Dissertation „The Role of Information in Financial Markets“ den Constantin-von-Dietze-Preis verlieh. Seine derzeitigen Forschungsschwerpunkte befassen sich mit der Effizienz von energetischen Sanierungsmaßnahmen und der Effizienz unterschiedlicher Marktdesigns in der Immobilienwirtschaft.

In der Lehre vertritt Wölfle die quantitativen und qualitativen Forschungsmethoden, die Volkswirtschaftslehre, die Finanzmärkte und das betriebswirtschaftliche Rechnungswesen.



Marco Wölfle

# Wirtschaftsmathematik



**Steinbeis-Transfer-Institut  
Angewandte Statistik und  
Volkswirtschaftslehre**

der Steinbeis-Hochschule Berlin SHB

**Ansprechpartner:**

Steinbeis-Transfer-Institut  
Angewandte Statistik und Volkswirtschaftslehre  
Prof. Dr. Marco Wölfle  
Untere Waldstraße 22  
79194 Gundelfingen

**Impressum**

© 2015 Steinbeis-Edition

Alle Rechte der Verbreitung, auch durch Film, Funk und Fernsehen, fotomechanische Wiedergabe, Tonträger jeder Art, auszugsweisen Nachdruck oder Einspeicherung und Rückgewinnung in Datenverarbeitungsanlagen aller Art, sind vorbehalten.

Marco Wölfle  
Grundlagen der Wirtschaftsmathematik

1. Auflage, 2015 | Steinbeis-Edition, Stuttgart  
ISBN 978-3-95663-056-9

Satz: Marco Wölfle  
Titelbild: ©Maxx-Studio/shutterstock.com  
Druck: WIRmachenDRUCK GmbH, Backnang

Steinbeis ist weltweit im unternehmerischen Wissens- und Technologietransfer aktiv. Zum Steinbeis-Verbund gehören derzeit rund 1.000 Unternehmen. Das Dienstleistungsportfolio der fachlich spezialisierten Steinbeis-Unternehmen im Verbund umfasst Forschung und Entwicklung, Beratung und Expertisen sowie Aus- und Weiterbildung für alle Technologie- und Managementfelder. Ihren Sitz haben die Steinbeis-Unternehmen überwiegend an Forschungseinrichtungen, insbesondere Hochschulen, die originäre Wissensquellen für Steinbeis darstellen. Rund 6.000 Experten tragen zum praxisnahen Transfer zwischen Wissenschaft und Wirtschaft bei. Dach des Steinbeis-Verbundes ist die 1971 ins Leben gerufene Steinbeis-Stiftung, die ihren Sitz in Stuttgart hat. Die Steinbeis-Edition verlegt ausgewählte Themen aus dem Steinbeis-Verbund.

# Vorwort

Als Hilfswissenschaft der Betriebs- und Volkswirtschaftslehre lassen sich zur Wirtschaftsmathematik etliche Lehrbücher finden. Wozu bedarf es also einer weiteren Variante?

Das vorliegende Werk soll Lücken schließen, die entstehen, wenn Probleme nur aus einer theoretischen Perspektive betrachtet werden. Dazu wird nach Möglichkeit immer ein praktisches Anwendungsbeispiel mit den vorgestellten Methoden verknüpft.

Daneben gilt es, die vorgestellten Formeln inhaltlich zu erläutern und zu interpretieren. Dazu werden die meisten Ableitungen durch textliche Erklärungen begleitet.

Eine der wichtigsten Kernkompetenzen in der modernen Wissensgesellschaft ist die Fähigkeit, bekannte Verfahren und Modelle auf weitere sowie neuartige Anwendungsgebiete und Fragestellungen zu übertragen. Nach ersten theoretischen Ableitungen und Begründungen werden Berechnungen mit einem weiteren Zahlenbeispiel vorgestellt und durch Übungsaufgaben zur Vertiefung ergänzt.

Das Buch eignet sich als Vorlesungsbegleiter aber auch im fortgeschrittenen Studium zum Nachlesen. Falls Mathematik noch nie zu Ihren Stärken zählte, haben Sie jetzt zwei Möglichkeiten: Die erste Möglichkeit wäre, von vorne herein mit Motivation und Disziplin einen Neustart mit dem Fach zu wagen und regelmäßig die behandelten Inhalte zu üben und nachzuarbeiten. Sie haben sich schließlich für ein wirtschaftswissenschaftliches Studium entschieden, in dem es oft um Anwendungen rund um Geld geht. Geld wird bekanntlich in Zahlen gemessen. Ohne das nötige Grundverständnis hierfür kommen Sie ganz schnell zur zweiten Möglichkeit: Legen Sie dann das Buch so schnell wie möglich zur Seite, sagen Sie sich, dass Mathematik noch nie Ihre Stärke war, ärgern Sie sich über jede Anwendung mit Zahlen im Studium und verfehlen Sie möglicherweise Ihr Studienziel.

Sie haben die Wahl.

Marco Wölfe, August 2015.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Basiswissen und Grundrechenarten</b>	<b>1</b>
1.1	Arten von Zahlen . . . . .	1
1.2	Grundrechenarten . . . . .	2
1.2.1	Addition . . . . .	2
1.2.2	Subtraktion . . . . .	2
1.2.3	Multiplikation . . . . .	3
1.2.4	Division . . . . .	3
1.3	Reihenfolge der Operationen . . . . .	4
1.3.1	Subtraktion von Klammern . . . . .	5
1.3.2	Ein- und Ausklammern . . . . .	5
1.3.3	Binomische Formeln . . . . .	6
1.4	Besondere Operatoren . . . . .	7
1.4.1	Summenzeichen . . . . .	7
1.4.2	Doppelsummen . . . . .	9
1.4.3	Produktzeichen . . . . .	10
1.5	Fakultät . . . . .	10
1.6	Bruchrechnen . . . . .	11
1.7	Potenzrechnen . . . . .	13
1.8	Aufgaben und Lösungen . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Finanzmathematik</b>	<b>18</b>
2.1	Zins . . . . .	18
2.2	Festgeld mit jährlichen Zinsraten . . . . .	19
2.3	Festgeld mit periodischen Zinsraten . . . . .	21
2.4	Effektiver Zinssatz . . . . .	23
2.5	Festgeld und Anlagedauer . . . . .	24
2.6	Gesamtbarwert . . . . .	25
2.7	Annuitäten . . . . .	26
2.8	Veränderungsraten und -faktoren . . . . .	28
2.9	Aufgaben und Lösungen . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Gleichungen</b>	<b>36</b>
3.1	Typen von Gleichungen . . . . .	38
3.1.1	Identitätsgleichungen . . . . .	38
3.1.2	Bestimmungsgleichungen . . . . .	38
3.1.3	Definitionsgleichungen . . . . .	39
3.1.4	Lineare Gleichung . . . . .	39
3.1.5	Quadratische Gleichung . . . . .	40

---

3.1.6	Wurzelgleichung . . . . .	40
3.2	Gleichungen lösen . . . . .	41
3.3	Gleichungssysteme . . . . .	42
3.3.1	Einsetzverfahren . . . . .	43
3.3.2	Additionsverfahren . . . . .	44
3.3.3	Gleichsetzungsverfahren . . . . .	45
3.4	Aufgaben und Lösungen . . . . .	46
<b>4</b>	<b>Funktionen</b>	<b>52</b>
4.1	Beispielhafte Funktionen . . . . .	53
4.1.1	Funktionen entwickeln . . . . .	53
4.1.2	Lineare Funktionen . . . . .	54
4.1.3	Quadratische Funktionen . . . . .	56
4.1.4	Funktionen höherer Ordnung . . . . .	57
4.1.5	Gebrochen-rationale Funktion . . . . .	58
4.1.6	Wurzelfunktionen . . . . .	59
4.1.7	Exponentialfunktion . . . . .	59
4.1.8	Logarithmusfunktion . . . . .	60
4.2	Aufgaben und Lösungen . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Differentialrechnung</b>	<b>62</b>
5.1	Ableitungsregeln . . . . .	64
5.1.1	Ableitungen mit Konstanten . . . . .	65
5.1.2	Ableitungen von Summen . . . . .	65
5.1.3	Ableitungen höherer Ordnung . . . . .	66
5.2	Komplexere Ableitungen . . . . .	67
5.2.1	Produktregel . . . . .	67
5.2.2	Quotientenregel . . . . .	68
5.2.3	Kettenregel . . . . .	69
5.3	Extremwerte . . . . .	70
5.4	Aufgaben und Lösungen . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Betriebswirtschaftliche Anwendungen</b>	<b>79</b>
6.1	Nachfrage . . . . .	79
6.2	Umsatzfunktion . . . . .	82
6.3	Kostenfunktionen . . . . .	84
6.4	Gewinnfunktion . . . . .	87
6.4.1	Break-even-Punkte . . . . .	87
6.4.2	Gewinnmaximierung . . . . .	88
6.5	Homogenität . . . . .	90
6.6	Elastizität . . . . .	91
6.7	Aufgaben und Lösungen . . . . .	93
<b>7</b>	<b>Bivariate Funktionen</b>	<b>102</b>
7.1	Ableitungsregeln . . . . .	102
7.2	Extremwerte bivariater Funktionen . . . . .	105
7.3	Optimierung unter Nebenbedingung . . . . .	108
7.3.1	Lagrange-Multiplikator . . . . .	112
7.3.2	Weitere Anwendungen des Lagrange-Verfahrens . . . . .	113
7.4	Aufgaben und Lösungen . . . . .	117



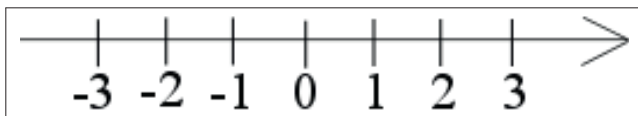
# Kapitel 1

## Basiswissen und Grundrechenarten

Viele der Konzepte dieses Kapitels werden Ihnen bekannt vorkommen. Sie werden in pragmatischer Weise und zur Hinführung auf die vertiefenden Berechnungen vorgestellt.

### 1.1 Arten von Zahlen

Die Mathematik lässt sich vollständig auf die Zahl 1 als kleinste natürliche Zahl beziehen. Alle weiteren Zahlen lassen sich aus ihr reproduzieren bzw. auf sie zurückführen. Ebenso lassen sich in Anlehnung an die Zahl 1 alle Berechnungskonzepte entwickeln und können folglich auch mit ihr durchgeführt werden. Zur Veranschaulichung wird meist ein Zahlenstrahl verwendet.



Die Zahlen 2, 3, usw. lassen sich durch Addition der Zahl 1 erzeugen, ebenso wie durch Subtraktion weitere Zahlen entwickelt werden können. Zahlen, die durch Addition auf dem Zahlenstrahl rechts von 1 dargestellt sind, werden als *größer* bezeichnet und in Relation zur 1 mit  $>$  beschrieben. Umgekehrt gilt für alle Zahlen, die durch Subtraktion entstanden sind und damit links auf dem Zahlenstrahl stehen, das mathematische Zeichen  $<$  für *kleiner*.

Die folgende Liste gibt die wichtigsten Zahlenarten zusammen mit einer Beschreibung, Beispielen und ihren mathematischen Bezeichnern wieder:

- **Natürliche Zahlen:**  $\mathbb{N}$   
Alle ganzen positiven Zahlen ohne Null: 1, 2, 3, 4 ···