

Marco Wölfle

Grundlagen der Wirtschaftsmathematik

Ein Lehrbuch der VWA Business School und der VWA Freiburg

Marco Wölfe
Grundlagen der Wirtschaftsmathematik

 **Steinbeis-Edition**

Professor Dr. Marco Wölfe ist Prodekan der Fakultät Leadership and Management sowie akademischer Leiter der VWA Business School und des Center for Real Estate Studies. Dort ist er Inhaber der Professur für Finanz- und Immobilienwirtschaft. Er war zuvor Rektor der International University of Cooperative Education Freiburg. Wölfe studierte und promovierte an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, die ihm für die Leistungen im Rahmen seiner Dissertation *The Role of Information in Financial Markets* den Constantin-von-Dietze-Preis verlieh. Seine derzeitigen Forschungsschwerpunkte befassen sich mit der Effizienz von energetischen Sanierungsmaßnahmen und der Effizienz unterschiedlicher Marktdesigns in der Immobilienwirtschaft. In der Lehre vertritt Wölfe die quantitativen und qualitativen Forschungsmethoden, die Volkswirtschaftslehre, die Finanzmärkte und das betriebswirtschaftliche Rechnungswesen.



Marco Wölfle



Grundlagen der Wirtschaftsmathematik

Ein Lehrbuch der VWA Business School und der VWA Freiburg

Impressum

© 2020 Steinbeis-Edition

Alle Rechte der Verbreitung, auch durch Film, Funk und Fernsehen, fotomechanische Wiedergabe, Tonträger jeder Art, auszugsweisen Nachdruck oder Einspeicherung und Rückgewinnung in Datenverarbeitungsanlagen aller Art, sind vorbehalten.

Wirtschaftswissenschaftliche Schriftenreihe der VWA Business School

Marco Wölfle

Grundlagen der Wirtschaftsmathematik. Ein Lehrbuch der VWA Business School und der VWA Freiburg

2. aktualisierte und erweiterte Auflage, 2020 | Steinbeis-Edition, Stuttgart

ISBN 978-3-95663-231-0

Satz: Marco Wölfle, technisch aufbereitet von Steinbeis-Edition

Druck: WIRmachenDRUCK GmbH, Backnang

Steinbeis ist mit seiner Plattform ein verlässlicher Partner für Unternehmensgründungen und Projekte. Wir unterstützen Menschen und Organisationen aus dem akademischen und wirtschaftlichen Umfeld, die ihr Know-how durch konkrete Projekte in Forschung, Entwicklung, Beratung und Qualifizierung unternehmerisch und praxisnah zur Anwendung bringen wollen. Über unsere Plattform wurden bereits über 2.000 Unternehmen gegründet. Entstanden ist ein Verbund aus mehr als 6.000 Experten in rund 1.100 Unternehmen, die jährlich mit mehr als 10.000 Kunden Projekte durchführen. So werden Unternehmen und Mitarbeiter professionell in der Kompetenzbildung und damit für den Erfolg im Wettbewerb unterstützt. Die Steinbeis-Edition verlegt ausgewählte Themen aus dem Steinbeis-Verbund.

215636-2020-11 | www.steinbeis-edition.de

Vorwort

Als Hilfswissenschaft der Betriebs- und Volkswirtschaftslehre lassen sich zur Wirtschaftsmathematik etliche Lehrbücher finden. Wozu bedarf es also einer weiteren Variante? Das vorliegende Werk soll Lücken schließen, die entstehen, wenn Probleme nur aus einer theoretischen Perspektive betrachtet werden. Dazu wird nach Möglichkeit immer ein praktisches Anwendungsbeispiel mit den vorgestellten Methoden verknüpft. Daneben gilt es, die vorgestellten Formeln inhaltlich zu erläutern und zu interpretieren. Dazu werden die meisten Ableitungen durch textliche Erklärungen begleitet.

Eine der wichtigsten Kernkompetenzen in der modernen Wissensgesellschaft ist die Fähigkeit, bekannte Verfahren und Modelle auf weitere sowie neuartige Anwendungsgebiete und Fragestellungen zu übertragen. Nach ersten theoretischen Ableitungen und Begründungen werden Berechnungen mit einem weiteren Zahlenbeispiel vorgestellt und durch Übungsaufgaben zur Vertiefung ergänzt.

Das Buch eignet sich als Vorlesungsbegleiter aber auch im fortgeschrittenen Studium zum Nachlesen. Falls Mathematik noch nie zu Ihren Stärken zählte, haben Sie jetzt zwei Möglichkeiten: Die erste Möglichkeit wäre, von vorne herein mit Motivation und Disziplin einen Neustart mit dem Fach zu wagen und regelmäßig die behandelten Inhalte zu üben und nachzuarbeiten. Sie haben sich schließlich für ein wirtschaftswissenschaftliches Studium entschieden, in dem es oft um Anwendungen rund um Geld geht. Geld wird bekanntlich in Zahlen gemessen. Ohne das nötige Grundverständnis hierfür kommen Sie ganz schnell zur zweiten Möglichkeit: Legen Sie dann das Buch so schnell wie möglich zur Seite, sagen Sie sich, dass Mathematik noch nie Ihre Stärke war, ärgern Sie sich über jede Anwendung mit Zahlen im Studium und verfehlen Sie möglicherweise Ihr Studienziel.

Sie haben die Wahl.

Inhaltsverzeichnis

1	Basiswissen und Grundrechenarten	1
1.1	Arten von Zahlen	1
1.2	Grundrechenarten	2
1.2.1	Addition	2
1.2.2	Subtraktion	3
1.2.3	Multiplikation	3
1.2.4	Division	4
1.3	Reihenfolge der Operationen	5
1.3.1	Subtraktion von Klammern	6
1.3.2	Ein- und Ausklammern	6
1.3.3	Binomische Formeln	7
1.4	Besondere Operatoren	8
1.4.1	Summenzeichen	8
1.4.2	Doppelsummen	11
1.4.3	Produktzeichen	12
1.5	Fakultät	13
1.6	Bruchrechnen	13
1.7	Potenzrechnen	16
1.8	Logarithmen	18
1.9	Minimumfunktion	19
1.10	Interpolation	20
1.11	Aufgaben und Lösungen	21
2	Finanzmathematik	27
2.1	Zins	28
2.2	Festgeld mit jährlichen Zinsraten	29
2.3	Festgeld mit periodischen Zinsraten	31
2.4	Effektiver Zinssatz	34
2.5	Festgeld und Anlagedauer	35
2.6	Gesamtbarwert	36

2.7	Annuitäten	38
2.8	Entscheidungshilfe Annuitäten	40
2.9	Veränderungsraten und -faktoren	42
2.10	Prozente, Raten, Quoten und Faktoren	44
2.11	Aufgaben und Lösungen	45
3	Gleichungen	52
3.1	Typen von Gleichungen	54
3.1.1	Identitätsgleichungen	54
3.1.2	Bestimmungsgleichungen	55
3.1.3	Definitionsgleichungen	56
3.1.4	Lineare Gleichung	56
3.1.5	Quadratische Gleichung	57
3.1.6	Wurzelgleichung	57
3.2	Gleichungen lösen	58
3.3	Gleichungssysteme	59
3.3.1	Einsetzverfahren	60
3.3.2	Additionsverfahren	62
3.3.3	Gleichsetzungsverfahren	63
3.4	Aufgaben und Lösungen	65
4	Funktionen	72
4.1	Beispielhafte Funktionen	73
4.1.1	Funktionen entwickeln	73
4.1.2	Lineare Funktionen	75
4.1.3	Quadratische Funktionen	77
4.1.4	Funktionen höherer Ordnung	78
4.1.5	Gebrochen-rationale Funktion	79
4.1.6	Wurzelfunktionen	79
4.1.7	Exponentialfunktion	80
4.1.8	Logarithmusfunktion	82
4.2	Hilfestellung Koordinatenkreuz	83
4.3	Aufgaben und Lösungen	86
5	Differentialrechnung	87
5.1	Ableitungsregeln	90
5.1.1	Ableitungen mit Konstanten	91
5.1.2	Ableitungen von Summen	91
5.1.3	Ableitungen höherer Ordnung	92
5.2	Komplexere Ableitungen	93
5.2.1	Produktregel	93
5.2.2	Quotientenregel	94
5.2.3	Kettenregel	95

5.3	Extremwerte	97
5.4	Aufgaben und Lösungen	100
6	Betriebswirtschaftliche Anwendungen	107
6.1	Nachfrage	107
6.2	Umsatzfunktion	111
6.3	Kostenfunktionen	114
6.4	Gewinnfunktion	117
6.4.1	Break-even-Punkte	118
6.4.2	Gewinnmaximierung	119
6.5	Homogenität	122
6.6	Elastizität	123
6.7	Aufgaben und Lösungen	125
7	Volkswirtschaftliche Anwendungen	136
7.1	Markt, Wohlfahrt und Staat	136
7.2	Steuern, Subventionen und Transfers	144
7.3	Individuen und der Markt	153
8	Bivariate Funktionen	161
8.1	Ableitungsregeln	162
8.2	Extremwerte bivariater Funktionen	165
8.3	Optimierung unter Nebenbedingung	167
8.3.1	Lagrange-Multiplikator	172
8.3.2	Weitere Anwendungen des Lagrange-Verfahrens	173
8.4	Aufgaben und Lösungen	177

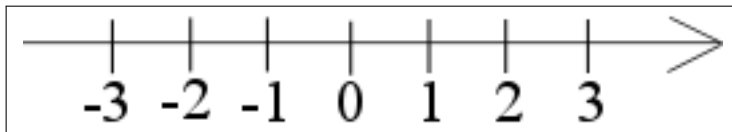
Kapitel 1

Basiswissen und Grundrechenarten

Viele der Konzepte dieses Kapitels werden Ihnen bekannt vorkommen. Sie werden in pragmatischer Weise und zur Hinführung auf die vertiefenden Berechnungen vorgestellt.

1.1 Arten von Zahlen

Die Mathematik lässt sich vollständig auf die Zahl 1 als kleinste natürliche Zahl beziehen. Alle weiteren Zahlen lassen sich aus ihr reproduzieren bzw. auf sie zurückführen. Ebenso lassen sich in Anlehnung an die Zahl 1 alle Berechnungskonzepte entwickeln und können folglich auch mit ihr durchgeführt werden. Zur Veranschaulichung wird meist ein Zahlenstrahl verwendet.



Die Zahlen 2, 3, usw. lassen sich durch Addition der Zahl 1 erzeugen, ebenso wie durch Subtraktion weitere Zahlen entwickelt werden können. Zahlen, die durch Addition auf dem Zahlenstrahl rechts von 1 dargestellt sind, werden als *größer* bezeichnet und in Relation zur 1 mit $>$ beschrieben. Umgekehrt

Wirtschaftswissenschaftliche Schriftenreihe der VWA Business School

In den meisten Fällen wird in betriebswirtschaftlichen Bachelor-Studiengängen bereits vor Studienbeginn und spätestens in den ersten Semestern ein sicherer Umgang mit mathematischen Methoden gefordert. Ziel des Lehrbuchs ist es, die methodischen Grundlagen für ein erfolgreiches Studium zu schaffen, indem grundlegende Berechnungen erläutert und folgend auf wirtschaftswissenschaftliche Fragen angewendet werden.

Um die vorgestellten Grundlagen nicht nur im Einzelfall zu erlernen, sondern vertieft zu üben und auch auf andere Anwendungen transferieren zu können, werden die Kapitel mit weiteren Übungsaufgaben und Lösungen abgeschlossen.

ISBN 978-3-95663-231-0



9 783956 632310

www.steinbeis-edition.de

 **Steinbeis-Editio**