

**Marco Wölfle**

## **Statistik verstehen und anwenden**

Ein Lehrbuch der VWA Business School und der VWA Freiburg



*Marco Wölfe*  
Statistik verstehen und anwenden

 **Steinbeis-Edition**

**Professor Dr. Marco Wölfl** ist Prodekan der Fakultät Leadership and Management sowie akademischer Leiter der VWA Business School und des Center for Real Estate Studies. Dort ist er Inhaber der Professur für Finanz- und Immobilienwirtschaft. Er war zuvor Rektor der International University of Cooperative Education Freiburg. Wölfl studierte und promovierte an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, die ihm für die Leistungen im Rahmen seiner Dissertation *The Role of Information in Financial Markets* den Constantin-von-Dietze-Preis verlieh. Seine derzeitigen Forschungsschwerpunkte befassen sich mit der Effizienz von energetischen Sanierungsmaßnahmen und der Effizienz unterschiedlicher Marktdesigns in der Immobilienwirtschaft. In der Lehre vertritt Wölfl die quantitativen und qualitativen Forschungsmethoden, die Volkswirtschaftslehre, die Finanzmärkte und das betriebswirtschaftliche Rechnungswesen.



**Marco Wölfle**

---

## **Statistik verstehen und anwenden**

Ein Lehrbuch der VWA Business School und der VWA Freiburg

## **Impressum**

© 2020 Steinbeis-Edition

Alle Rechte der Verbreitung, auch durch Film, Funk und Fernsehen, fotomechanische Wiedergabe, Tonträger jeder Art, auszugsweisen Nachdruck oder Einspeicherung und Rückgewinnung in Datenverarbeitungsanlagen aller Art, sind vorbehalten.

Wirtschaftswissenschaftliche Schriftenreihe der VWA Business School

Marco Wölflé

Statistik verstehen und anwenden. Ein Lehrbuch der VWA Business School und der VWA Freiburg

3. aktualisierte und erweiterte Auflage, 2020 | Steinbeis-Edition, Stuttgart

ISBN 978-3-95663-232-7

Satz: Marco Wölflé, technisch aufbereitet von Steinbeis-Edition

Druck: WIRmachenDRUCK GmbH, Backnang

Steinbeis ist mit seiner Plattform ein verlässlicher Partner für Unternehmensgründungen und Projekte. Wir unterstützen Menschen und Organisationen aus dem akademischen und wirtschaftlichen Umfeld, die ihr Know-how durch konkrete Projekte in Forschung, Entwicklung, Beratung und Qualifizierung unternehmerisch und praxisnah zur Anwendung bringen wollen. Über unsere Plattform wurden bereits über 2.000 Unternehmen gegründet. Entstanden ist ein Verbund aus mehr als 6.000 Experten in rund 1.100 Unternehmen, die jährlich mit mehr als 10.000 Kunden Projekte durchführen. So werden Unternehmen und Mitarbeiter professionell in der Kompetenzbildung und damit für den Erfolg im Wettbewerb unterstützt. Die Steinbeis-Edition verlegt ausgewählte Themen aus dem Steinbeis-Verbund.

215642-2020-11 | [www.steinbeis-edition.de](http://www.steinbeis-edition.de)

# Vorwort

Statistische Grundlagenwerke sind üblicherweise durch ein “Meer an Formeln” gekennzeichnet, für die wenig inhaltliche Erläuterung und wenige Beispiele für die Interpretation der gewonnenen Ergebnisse zur Verfügung gestellt werden. Das vorliegende Buch setzt an, um genau diesen Mangel zu beheben. Alle theoretischen Grundlagen werden intensiv und verständlich erläutert. Danach werden sie anhand eines Zahlenbeispiels veranschaulicht. Nach Möglichkeit werden die Berechnungen ebenfalls in Excel nachvollzogen. Zu jedem Themengebiet werden weitere Übungsaufgaben zum Selbststudium zur Verfügung gestellt.

Inhaltlich stammen die Zahlenbeispiele und Anwendungen meist aus der Immobilienwirtschaft, um einen konkreten sachlichen Bezug herzustellen. Bei der Auswahl der Zahlenbeispiele und Anwendungen wurde aber darauf geachtet, inhaltlich einfache und abgeschlossene Themen auszuwählen, so dass das Buch auch für Studierende außerhalb der Immobilienwirtschaft nachvollziehbar ist und nicht strikt in der Reihenfolge der Kapitel, sondern durchaus auch modular bearbeitet werden kann.

Im Aufbau folgt das Buch einer klassischen inhaltlichen Gliederung zur Vorstellung statistischer Methoden. Zwei der Kapitel sind vorab jedoch erwähnenswert: Das erste Kapitel enthält unter dem Titel “Mathematisches Basiswissen” eine nicht abschließende Zusammenstellung formal-methodischer Grundlagen, um den Einstieg zu erleichtern. Das letzte Kapitel behandelt das fortgeschrittene Verfahren der Regressionsanalyse bewusst in verkürzter und pragmatischer Form. Nach Bearbeitung des Kapitels soll der Leser die methodischen Grundlagen, Anwendungsmöglichkeiten und die Zielsetzung der Regressionsanalyse verstanden haben, um einfache eigene Berechnungen durchführen zu können und einen Einstieg in weiterführende Literatur zu erhalten. Dazu wird in dem Kapitel auch auf vertiefende Quellen hingewiesen.

Was ist noch nötig, bevor Sie mit der Lektüre des Textes und der Bearbei-

tung der Formeln und Anwendungsbeispiele beginnen können? Ganz ohne Formeln geht es nicht. Also geht es auch nicht ohne Motivation und Disziplin. Der Aufwand lohnt sich aber. Denn Sie gewinnen nicht nur die Fähigkeit, eigene Daten qualifiziert zu hinterfragen. Sie schärfen auch Ihren Blick auf Daten und Schlussfolgerungen anderer. Es fällt Ihnen zunehmend leichter, deren Aussagen zu überprüfen und zu hinterfragen.

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1 Grundlagen der Statistik</b>                        | <b>1</b>  |
| 1.1 Gegenstand der Statistik . . . . .                   | 1         |
| 1.2 Arten von Statistik . . . . .                        | 2         |
| 1.2.1 Deskriptive Statistik . . . . .                    | 2         |
| 1.2.2 Induktive Statistik . . . . .                      | 2         |
| 1.3 Statistik in den Wirtschaftswissenschaften . . . . . | 3         |
| 1.4 Täuschen mit Statistik . . . . .                     | 4         |
| 1.4.1 Prozentwerte . . . . .                             | 4         |
| 1.4.2 Darstellung . . . . .                              | 6         |
| 1.4.3 Ungleichmäßige Verteilungen . . . . .              | 9         |
| 1.4.4 Trends . . . . .                                   | 10        |
| 1.5 Grundbegriffe . . . . .                              | 11        |
| 1.5.1 Skalierung . . . . .                               | 13        |
| <b>2 Datengewinnung</b>                                  | <b>17</b> |
| 2.1 Primär- und Sekundärdaten . . . . .                  | 17        |
| 2.2 Sekundärdatenquellen . . . . .                       | 19        |
| 2.3 Primärdatenquellen . . . . .                         | 20        |
| 2.3.1 Mündliche Befragung . . . . .                      | 21        |
| 2.3.2 Telefonische Befragung . . . . .                   | 22        |
| 2.3.3 Schriftliche Befragung . . . . .                   | 22        |
| 2.3.4 Internetbefragung . . . . .                        | 23        |
| 2.3.5 Messung und Beobachtung . . . . .                  | 24        |
| 2.3.6 Experimente . . . . .                              | 24        |
| 2.4 Ausrichtung der Daten . . . . .                      | 24        |
| <b>3 Häufigkeiten und Klassen</b>                        | <b>26</b> |
| 3.1 Klassenbildung . . . . .                             | 26        |
| 3.2 Häufigkeitsverteilung . . . . .                      | 29        |
| 3.3 Klassenparameter . . . . .                           | 32        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3.4      | Aufgaben und Lösungen . . . . .          | 35        |
| <b>4</b> | <b>Lageparameter</b>                     | <b>39</b> |
| 4.1      | Arithmetisches Mittel . . . . .          | 40        |
| 4.2      | Geometrisches Mittel . . . . .           | 43        |
| 4.3      | Harmonisches Mittel . . . . .            | 46        |
| 4.4      | Gewichtete Mittelwerte . . . . .         | 49        |
| 4.5      | Gleitender Mittelwert . . . . .          | 52        |
| 4.6      | Winsorisierung . . . . .                 | 55        |
| 4.7      | Median . . . . .                         | 56        |
| 4.8      | Perzentile . . . . .                     | 58        |
| 4.9      | Besondere Perzentile . . . . .           | 61        |
| 4.10     | Modus . . . . .                          | 63        |
| 4.11     | Excel-Übung . . . . .                    | 64        |
| 4.11.1   | Arithmetisches Mittel . . . . .          | 64        |
| 4.11.2   | Geometrisches Mittel . . . . .           | 65        |
| 4.11.3   | Harmonisches Mittel . . . . .            | 66        |
| 4.11.4   | Gewichtete Mittelwerte . . . . .         | 67        |
| 4.11.5   | Gleitender Mittelwert . . . . .          | 68        |
| 4.11.6   | Winsorisierung . . . . .                 | 69        |
| 4.11.7   | Median . . . . .                         | 70        |
| 4.11.8   | Perzentile . . . . .                     | 71        |
| 4.12     | Aufgaben und Lösungen . . . . .          | 72        |
| 4.12.1   | Geometrisches Mittel . . . . .           | 72        |
| 4.12.2   | Harmonisches Mittel . . . . .            | 73        |
| 4.12.3   | Gewichtete Mittelwerte . . . . .         | 75        |
| 4.12.4   | Gleitender Mittelwert . . . . .          | 76        |
| 4.12.5   | Winsorisierung . . . . .                 | 78        |
| 4.12.6   | Median . . . . .                         | 79        |
| 4.12.7   | Perzentile . . . . .                     | 80        |
| 4.12.8   | Besondere Perzentile . . . . .           | 81        |
| <b>5</b> | <b>Streuungsmaße</b>                     | <b>84</b> |
| 5.1      | Spannweite . . . . .                     | 84        |
| 5.2      | Perzentile . . . . .                     | 84        |
| 5.3      | Varianz und Standardabweichung . . . . . | 85        |
| 5.4      | Variationskoeffizient . . . . .          | 90        |
| 5.5      | Standardisierung . . . . .               | 92        |
| 5.6      | Excel-Übung . . . . .                    | 93        |
| 5.7      | Aufgaben und Lösungen . . . . .          | 96        |
| 5.7.1    | Varianz und Standardabweichung . . . . . | 96        |
| 5.7.2    | Variationskoeffizient . . . . .          | 96        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 5.7.3    | Standardisierung . . . . .               | 97         |
| <b>6</b> | <b>Zentrale Momente</b>                  | <b>100</b> |
| 6.1      | Schiefe . . . . .                        | 101        |
| 6.2      | Kurtosis . . . . .                       | 104        |
| 6.3      | Excel-Übung . . . . .                    | 106        |
| 6.4      | Aufgaben und Lösungen . . . . .          | 107        |
| <b>7</b> | <b>Konzentration</b>                     | <b>108</b> |
| 7.1      | Konzentrationsindizes . . . . .          | 109        |
| 7.2      | Lorenzkurve . . . . .                    | 112        |
| 7.3      | Gini-Koeffizient . . . . .               | 117        |
| 7.4      | Atkinson-Maß . . . . .                   | 119        |
| 7.5      | Hoover-Ungleichheitsverteilung . . . . . | 120        |
| 7.6      | Excel-Übung . . . . .                    | 122        |
| 7.7      | Aufgaben und Lösungen . . . . .          | 123        |
| 7.7.1    | Konzentrationsmaße . . . . .             | 123        |
| 7.7.2    | Lorenzkurve . . . . .                    | 125        |
| 7.7.3    | Gini-Koeffizient . . . . .               | 126        |
| 7.7.4    | Hoover-Ungleichheitsverteilung . . . . . | 128        |
| <b>8</b> | <b>Indizes</b>                           | <b>129</b> |
| 8.1      | Gliederungszahlen . . . . .              | 129        |
| 8.2      | Beziehungszahlen . . . . .               | 130        |
| 8.3      | Indexzahlen . . . . .                    | 131        |
| 8.4      | Indextransformation . . . . .            | 140        |
| 8.4.1    | Umbasierung . . . . .                    | 140        |
| 8.4.2    | Verkettung . . . . .                     | 142        |
| 8.4.3    | Verknüpfung . . . . .                    | 144        |
| 8.5      | Excel-Übung . . . . .                    | 147        |
| 8.6      | Aufgaben und Lösungen . . . . .          | 151        |
| 8.6.1    | Indexberechnung . . . . .                | 151        |
| 8.6.2    | Indextransformation . . . . .            | 152        |
| 8.6.3    | Verknüpfung . . . . .                    | 153        |
| <b>9</b> | <b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>       | <b>154</b> |
| 9.1      | Mengenlehre . . . . .                    | 154        |
| 9.2      | Ereignisalgebra . . . . .                | 158        |
| 9.3      | Wahrscheinlichkeitsbegriffe . . . . .    | 159        |
| 9.3.1    | Klassische Definition . . . . .          | 160        |
| 9.3.2    | Empirische Definition . . . . .          | 160        |
| 9.3.3    | Subjektive Definition . . . . .          | 161        |
| 9.4      | Wahrscheinlichkeitsregeln . . . . .      | 162        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 9.5       | Aufgaben und Lösungen . . . . .                   | 169        |
| <b>10</b> | <b>Wahrscheinlichkeitsverteilung</b>              | <b>182</b> |
| 10.1      | Allgemeines . . . . .                             | 182        |
| 10.2      | Binomialverteilung . . . . .                      | 184        |
| 10.3      | Poisson-Verteilung . . . . .                      | 188        |
| 10.4      | Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen . . . . . | 189        |
| 10.5      | Normalverteilung . . . . .                        | 190        |
| 10.6      | Aufgaben und Lösungen . . . . .                   | 193        |
|           | 10.6.1 Binomialverteilung . . . . .               | 193        |
|           | 10.6.2 Poisson-Verteilung . . . . .               | 194        |
|           | 10.6.3 Normalverteilung . . . . .                 | 194        |
| <b>11</b> | <b>Schätztheorie</b>                              | <b>198</b> |
| 11.1      | Einführende Definitionen . . . . .                | 198        |
| 11.2      | Schätztheorie . . . . .                           | 199        |
| 11.3      | Schätzung von Anteilen . . . . .                  | 203        |
| 11.4      | Notwendiger Stichprobenumfang . . . . .           | 203        |
| 11.5      | Aufgaben und Lösungen . . . . .                   | 205        |
| <b>12</b> | <b>Regressionsanalyse</b>                         | <b>209</b> |
| 12.1      | Einfaches lineares Regressionsmodell . . . . .    | 211        |
|           | 12.1.1 Anwendungsbeispiel . . . . .               | 218        |
| 12.2      | Multiple lineare Regression . . . . .             | 222        |
|           | 12.2.1 Anwendungsbeispiel . . . . .               | 222        |
|           | 12.2.2 Regression in der Praxis . . . . .         | 224        |
| 12.3      | Herangehensweise und formale Annahmen . . . . .   | 224        |
|           | 12.3.1 Herleitung der Schätzer . . . . .          | 224        |
|           | 12.3.2 Wichtige Annahmen . . . . .                | 226        |
| 12.4      | Gütekriterien . . . . .                           | 232        |
|           | 12.4.1 Bestimmtheitsmaß . . . . .                 | 232        |
|           | 12.4.2 Weitere Gütekriterien . . . . .            | 233        |
|           | 12.4.3 Parameterschätzer . . . . .                | 234        |
| 12.5      | Anwendungsbeispiel . . . . .                      | 236        |
| 12.6      | Regression als Zeitreihenmodell . . . . .         | 240        |
| 12.7      | Aufgaben und Lösungen . . . . .                   | 243        |
|           | <b>Appendix</b>                                   | <b>246</b> |

# Kapitel 1

## Grundlagen der Statistik

### 1.1 Gegenstand der Statistik

Umgangssprachlich ließe sich Statistik sehr einfach greifen, denn es liegt nahe, viele alltägliche Kennzahlen einfach dem Bereich der Statistik zuzuordnen. Die typischen Anekdoten über den Statistiker, der mit einem Fuß im Eiswasser und mit dem anderen Fuß im Feuer steht, sich aber trotzdem *durchschnittlich wohl* fühlt, zeigen, dass eine zu grobe Wahrnehmung statistischer Phänomene nicht wirklich weiter hilft. Wird der Durchschnittswert von 1,3 Kindern pro Familie so kommentiert, dass eine Familie immer nur eines oder zwei Kinder haben kann, ist sofort klar, dass ein wenig mehr wissenschaftliches Verständnis statistischer Information notwendig ist, um die Datenlage angemessen zu interpretieren. Daher ist es wichtig, Begriff und Gegenstand abzugrenzen, um folglich auf verschiedene Zahlenbeispiele anzuwenden.

**Definition 1.1 Statistik**

Unter Statistik wird die Methodik zur Beschreibung, Auswertung, Charakterisierung und Interpretation quantitativer Informationen verstanden.

Im Arbeitsalltag und der Wirtschaftspresse kommt jeder regelmäßig mit Gegenständen der wirtschaftswissenschaftlichen Statistik in Berührung. Dazu zählen beispielsweise:

- die Bevölkerung, das BIP oder die Arbeitslosenquote eines Landes,
- die Immobilienkaufpreise oder Mieten,
- der Umsatz eines Unternehmens,

## Wirtschaftswissenschaftliche Schriftenreihe der VWA Business School

Statistische Grundlagenwerke sind üblicherweise durch ein Meer an Formeln gekennzeichnet, für die wenig inhaltliche Erläuterung und wenige Beispiele für die Interpretation der gewonnenen Ergebnisse zur Verfügung gestellt werden.

Das Buch setzt an, um genau diesen Mangel zu beheben. Alle theoretischen Grundlagen werden intensiv und verständlich erläutert. Danach werden sie anhand eines Zahlenbeispiels veranschaulicht. Nach Möglichkeit werden die Berechnungen ebenfalls in Excel nachvollzogen. Zu jedem Themengebiet werden weitere Übungsaufgaben zum Selbststudium zur Verfügung gestellt.

Inhaltlich stammen die Zahlenbeispiele und Anwendungen meist aus der Immobilienwirtschaft, um einen konkreten sachlichen Bezug herzustellen. Bei der Auswahl der Zahlenbeispiele und Anwendungen wurde aber darauf geachtet, inhaltlich einfache und abgeschlossene Themen auszuwählen, so dass das Buch auch für Studierende außerhalb der Immobilienwirtschaft nachvollziehbar ist und nicht strikt in der Reihenfolge der Kapitel, sondern durchaus auch modular bearbeitet werden kann.

ISBN 978-3-95663-232-7



[www.steinbeis-edition.de](http://www.steinbeis-edition.de)

 **Steinbeis-Edi-tion**